PODSTAWY MATEMATYKI

ZESTAW 2 – Teoria mnogości

ZADANIE 1 Podaj ile różnych elementów ma podany zbiór i wymień je (jeśli jest to możliwe). Zakładamy, że a, b, c są parami różne.

(a) $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 < 9\}$,

(b) $A = \{a, b, a\}$,

(c) $A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$,

(d) $A = \{a, \{a, b\}, \{b\}, c, \{\{c\}\}\}$.

ZADANIE 2 Sprawdzić, czy zachodzi zawieranie $A \subset B$ lub $B \subset A$ dla $A = \{\{a\}, a, \varnothing\}$, $B = \{a\}$.

ZADANIE 3 Niech $A = \{1, 2, 3\}$. Wypisz elementy zbioru $\mathcal{P}(A)$.

ZADANIE 4 Oblicz $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ oraz $B \setminus A$ dla następujących zbiorów:

(a) $A = (-\infty; 2]$, $B = (1; 4]$,

(b) $A = (-3; 2]$, $B = (0; 1]$,

(c) $A = (-\infty; 2]$, $B = (2; \infty)$,

(d) $A = (3; \infty]$, $B = \{2, 3, 4\}$.

ZADANIE 5 Zaznacz na płaszczyźnie zbiory $A \cap B \cap C$, $A \setminus (B \cup C)$, $(A \setminus B) \setminus C$, gdzie:

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x+1 \geqslant y^2\}$, $\qquad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < 1\}$, $\qquad C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \leqslant 1\}$.

ZADANIE 6 Niech $A = (1, 2]$, $B = [2, 4)$, $C = (1, \infty)$, $S = \{0, 2, 4\}$, $T = \{1, 3, 5\}$. Wypisz lub narysuj zbiory:

(a) $S \times T$,

(b) $A \times B$,

(c) $C \times S$.

ZADANIE 7 Niech $A_n = [\frac{1}{n}; 1 + \frac{1}{n}]$. Znajdź $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$.

ZADANIE 8 Rozstrzygnij, czy dane zdanie jest prawdziwe i wykaż je/podaj kontrprzykład.

(a) $A \cap (A \cup B) = A$,

(b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

(c) Jeżeli $A \subset B$, to $B' \subset A'$,

(d) Jeżeli $A \cup B = B$ to $A \subset B$.

(e) $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

(f) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$,

(g) jeżeli $A \subset B$, to $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.

ZADANIE 9 * Niech $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ będzie rodziną zbiorów. Jak zapisać zbiór złożony z elementów, które występują w nieskończenie wielu zbiorach z rodziny A_n?

ZADANIE DOMOWE

1. Wypisz elementy zbioru $\mathcal{P}(A)$, $A = \{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{\varnothing\}\}\}$.
2. Opisz i narysuj zbiór $T \times B$ z zadania 4.
3. Wykaż, że $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$, $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B)$ oraz $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ dla dowolnych zbiorów A, B, C.