

Zadanie dodatkowe

Do wyboru jedno z dwóch zadań.

1. Oblicz A^n dla

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Niech $F_0 = 1, F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ będzie ciągiem Fibbonacciego. Wykaż, że:

$$F_n = \frac{1}{\alpha - \beta} \cdot \alpha^n - \frac{1}{\alpha - \beta} \cdot \beta^n,$$

gdzie α, β są pierwiastkami wielomianu $x^2 - x - 1 = 0$.

Wskazówka:

$$\begin{pmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{pmatrix},$$

co sprowadza zadanie do obliczenia n -tej potęgi macierzy $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.