

GRUPY SYMETRII

1. Oblicz σ^{-1} , $\sigma \circ \tau$, $\tau \circ \sigma$ dla:

$$(a) \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 4 & 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix},$$

$$(b) \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Zapisz w postaci dwuwierszowej:

$$(a) \sigma = (4, 1, 3) \in S_4,$$

$$(b) \sigma = (2, 5, 6, 4, 3, 1) \in S_7.$$

3. Zapisz podaną permutację w postaci iloczynu cykli oraz iloczynu transpozycji. Czy podana permutacja jest parzysta?

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 1 & 5 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 3 & 7 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Oblicz σ^2 , σ^3 , σ^{-1} dla permutacji z poprzedniego punktu.

5. Rozwiąż równanie:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \circ \sigma \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix},$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix} \circ \sigma \circ (1, 4, 3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Określ parzystość permutacji:

$$(a) \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 3n-2 & 3n-1 & 3n \\ 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & \dots & 3n & 3n-1 & 3n-2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n & n+1 & n+2 & \dots & 2n \\ n+1 & n+2 & \dots & 2n & 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix},$$

$$(c) \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Na długim drucie siedzą trzy koniki polne: Arkadiusz, Bonifacy i Czesław. Raz na minutę jeden z nich przeskakuje przez siedzącego obok (np. na początku B może przeskoczyć przez A lub C, a A tylko przez B). Czy po parzystej liczbie skoków koniki polne mogą ustawić się w kolejności C, B, A?

8. (a) Na półce stoją książki, które chcemy poukładać alfabetycznie. Czy możemy to zrobić, zamieniając skończenie wiele razy miejscami po dwie (niekoniecznie sąsiednie) książki?

(b) Jakich zamian trzeba dokonać w przypadku, gdy książki są poukładane następująco: 3175624 (numer to kolejność książki w porządku alfabetycznym)?