

Wstęp do algebry i teorii liczb

Sylabus

1. LICZBY CAŁKOWITE: Podzielność w pierścieniu liczb całkowitych, liczby pierwsze i złożone. Algorytm Euklidesa, zasadnicze twierdzenie arytmetyki. Rozwiązywanie równań postaci $ax + by = c$. (6h)
2. KONGRUENCJE: Kongruencje i ich własności. Rozwiązywanie kongruencji liniowych z jedną niewiadomą. Twierdzenia: małe Fermata, Eulera, chińskie o resztach. Rozwiązywanie układów kongruencji liniowych. (6h)
3. GRUPY: Działanie w zbiorze, własności działań (łączność, przemienność, element neutralny, elementy odwrotne), przykłady (w szczególności działania modulo n). Grupa, pierścień, ciało. Elementy odwracalne i dzielniki zera w pierścieniu. Homomorfizmu i izomorfizm struktur algebraicznych. Grupa permutacji, składanie i odwracanie permutacji, rozkład na cykle i transpozycje oraz parzystość permutacji. (6h)
4. LICZBY ZESPOLONE: Ciało liczb zespolonych, moduł, argument i sprzężenie oraz postać algebraiczna i trygonometryczna liczby zespolonej. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych i wykonywanych działań. Wzór de Moivre'a. (6h)
5. WIELOMIANY: Pierścień wielomianów i ciało funkcji wymiernych o współczynnikach rzeczywistych. Działania na wielomianach, w tym dzielenie z resztą. Pierwiastek wielomianu, tw. Bezout'a i schemat Hornera. Krotności pierwiastka, zasadnicze twierdzenie algebry (bez dowodu). Rozkład funkcji wymiernych na ułamki proste (bez dowodu). Rozwiązywanie równań i nierówności wielomianowych i wymiernych. (6h)