

# Wstęp do algebry i teorii liczb – zadania powtórkowe nr 1

Zadanie 1 (a) Co oznacza, że  $b$  dzieli  $a$  z resztą  $r$ ?

(b)  $a$  daje przy dzieleniu przez 100 resztę 11, zaś  $b$  resztę 13. Jakie są dwie ostatnie cyfry liczby  $a \cdot b$ ?

Zadanie 2

(a) Rozwiąż równanie  $3x + 6y + 12z = 7$  w liczbach całkowitych.

(b) Rozwiąż równanie  $3x + 6y + 12z = 9$  w liczbach całkowitych.

Zadanie 3 Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} x + y & = 667 \\ \frac{NWW(x,y)}{NWD(x,y)} & = 120. \end{cases}$$

Zadanie 4 (a) Podaj zasadę działania algorytmu Euklidesa (z odejmowaniem lub z dzieleniem z resztą – jak wolisz).

(b) Oblicz  $NWD(14n + 64, 6n + 30)$ .

Zadanie 5 Oblicz  $100^{100} \pmod{7}$ .

Zadanie 6 Rozwiąż kongruencję  $2x \equiv 8 \pmod{30}$ .

Zadanie 7 (a) Podaj treść zasadniczego twierdzenia arytmetyki.

(b) Liczby naturalne  $a, b, c$  spełniają równość  $c^2 = a^2 \cdot b$ . Wykaż, że  $b$  jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 8 Ile kwadratów liczb naturalnych dzieli liczbę  $n = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 14^{10} \cdot 11^4$ ?

Możliwe pytania teoretyczne: definicja podzielności, definicja dzielenia z resztą, definicja NWD, zasada działania algorytmu Euklidesa (z odejmowaniem lub z dzieleniem z resztą), lemat Euklidesa dla liczb pierwszych, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, definicja kongruencji, odwrotność mnożliwa.