

# REPETYTORIUM Z MATEMATYKI ELEMENTARNEJ

## ZESTAW POWTÓRZENIOWY 1

ZADANIE 1 Niech  $A = \{0\} \cup (1, 2]$ ,  $B = [-1, 1)$ . Narysuj  $A \setminus B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \times B$ .

ZADANIE 2 (a) Podaj definicję iniekcji.

(b) Niech  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie zadane wzorem:

$$g(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q}, \\ -x, & x \notin \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Czy funkcja  $g$  jest iniekcją?

ZADANIE 3 Znajdź wszystkie  $x \in \mathbb{R}$  spełniające nierówność:

$$\frac{x + 3}{4x^3 - 3x + 1} \leq 0.$$

ZADANIE 4 Rozwiąż równanie/nierówność:

(a)  $||x - 2| + |x + 1|| \leq 4,$

(b)  $\log_x 10 + \log_{x^2} 10 = 6,$

(c)  $2^{1/x} = 4^{\frac{x}{x-1}}.$

ZADANIE 5 (a) Podaj definicję funkcji arccos.

(b) Podaj dziedziny funkcji  $\arccos(\cos x)$ ,  $\cos(\arccos x)$ . Narysuj ich wykresy.

ZADANIE 6 Wykaż tożsamość trygonometryczną:

$$\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

WSKAZÓWKI I ODPOWIEDZI:

ZADANIE 2 Rozwiązujemy równanie  $f(x) = f(y)$ . Możemy rozpatrzyć 3 przypadki:  $x, y \in \mathbb{Q}$ ,  $x \in \mathbb{Q}$ ,  $y \notin \mathbb{Q}$  oraz  $x, y \notin \mathbb{Q}$ . Odp: tak, jest iniekcją.

ZADANIE 4 (a) suma wartości bezwzględnych jest dodatnia. Odp:  $x \in [-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ .

ZADANIE 4 (b) założenia! Zamień logarytmy na podstawę  $x$  lub na logarytm naturalny. Odp.  $x = \sqrt[4]{10}$ .

ZADANIE 4 (c) zamień  $4^{\dots}$  na  $2^{2 \cdot (\dots)}$  i porównaj wykładniki.

ZADANIE 5 Dziedziny to odp.  $\mathbb{R}$ ,  $[-1, 1]$ . Pierwszy wykres to  $y = x$  w przedziale  $[0, \pi]$ ,  $y = 2\pi - x$  w przedziale  $[\pi, 2\pi]$  i dalej przesunięte o  $\pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$  (patrz: [https://www.wolframalpha.com/input/?i=arccos\(cos+x\)](https://www.wolframalpha.com/input/?i=arccos(cos+x))). Drugi to tożsamość na przedziale  $[-1, 1]$ .

ZADANIE 6 Zamieniamy  $\cos^2 x$  na  $1 - \sin^2 x$  oraz  $\cos^4 x$  na  $(1 - \sin^2 x)^2$ .