

Topology

Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny” .



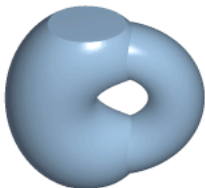
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



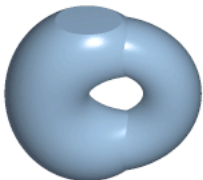
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



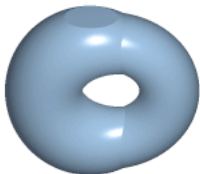
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



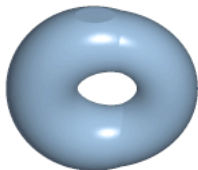
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



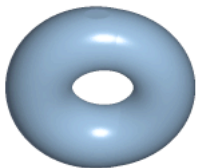
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skrócić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



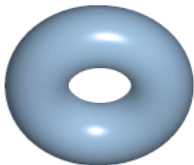
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



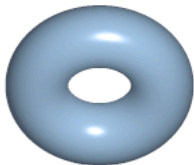
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



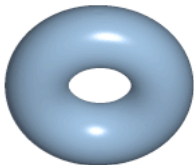
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



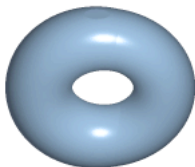
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skrócić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



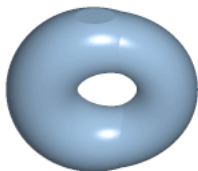
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



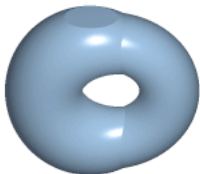
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skrócić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



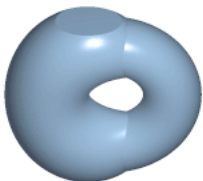
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



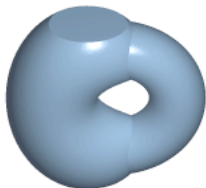
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



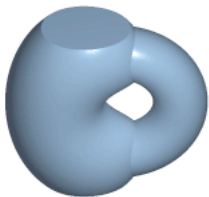
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



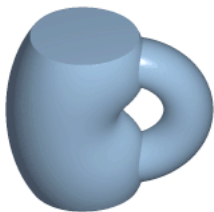
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



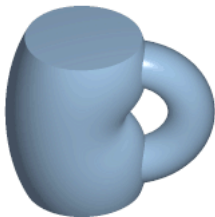
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



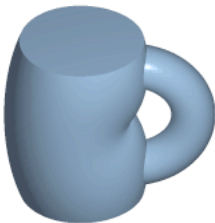
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



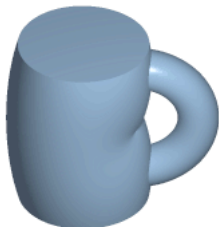
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny” .



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów
 (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić
 figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej
 fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.



Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjając jej fragmentów, by uzyskać drugą).

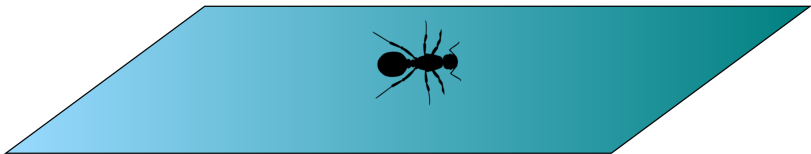
„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.

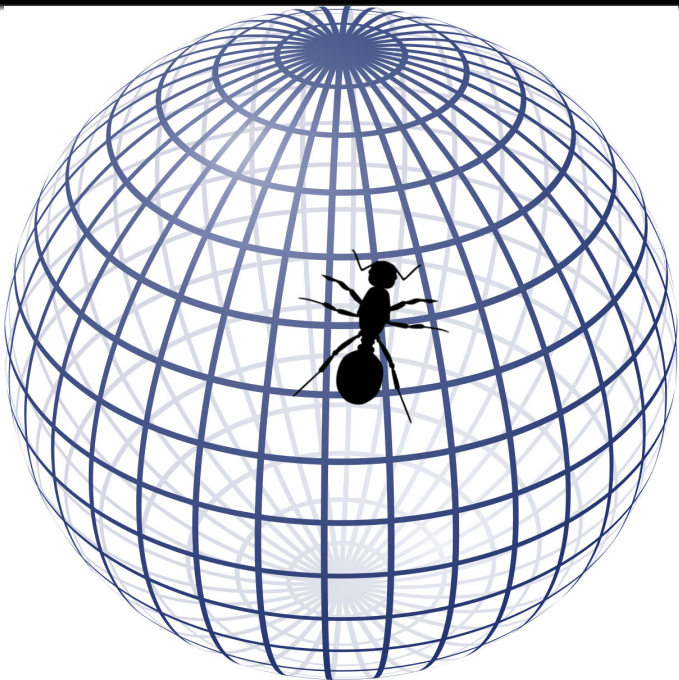


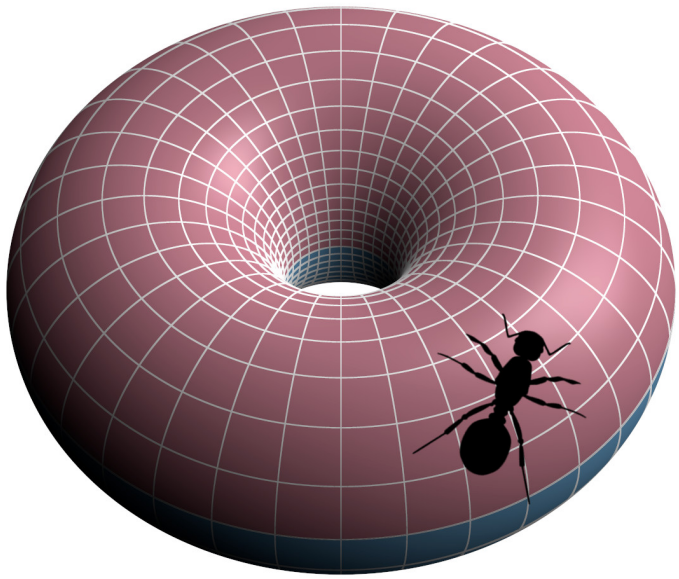
Topologia: nie rozróżniamy homeomorficznych zbiorów (intuicyjnie: umiemy tak ścisnąć, rozciągnąć, wygiąć, skręcić figurę, nie robiąc w niej dziur, nie rozrywając i nie sklejjąc jej fragmentów, by uzyskać drugą).

„Nasze obiekty są zrobione z plasteliny”.







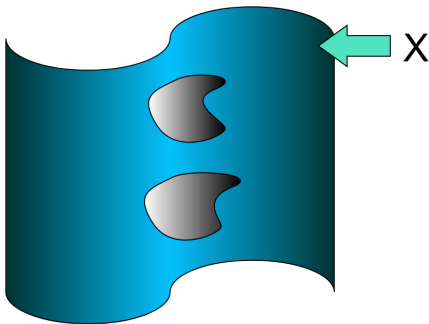


Jak rozróżnić niehomeomorficzne obiekty?

"Pole", "obwód", "objętość" – nie są niezmiennikami...

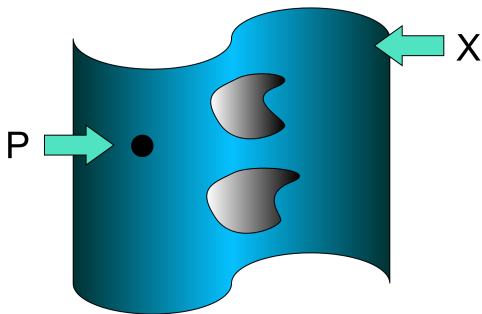
Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X



Grupa podstawowa

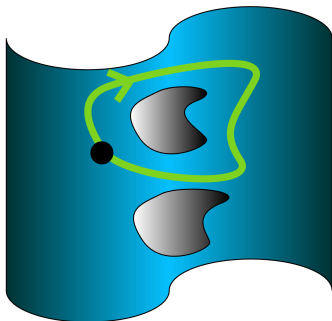
Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P



Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

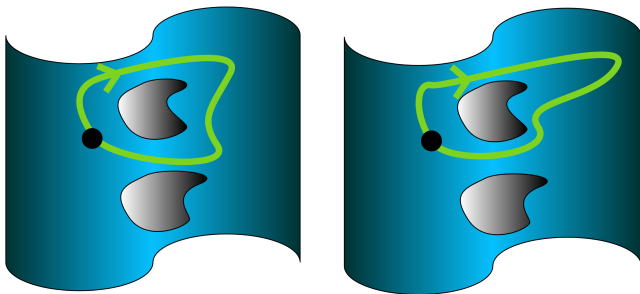


Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

Te dwie pętle są takie same:

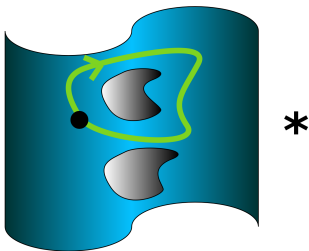


Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

Mnożenie pętli:

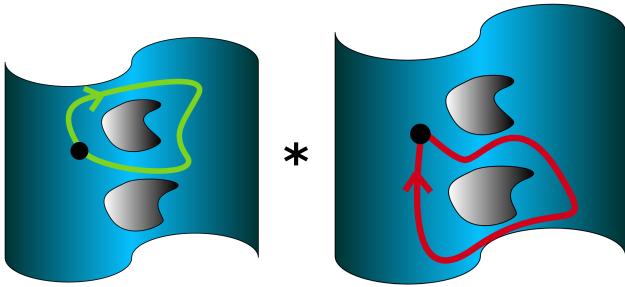


Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

Mnożenie pętli:

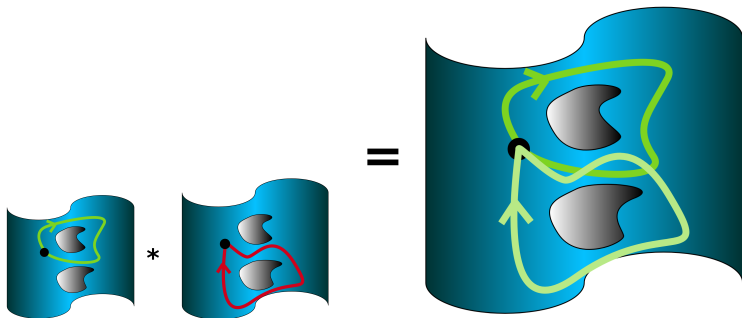


Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

Mnożenie pętli:

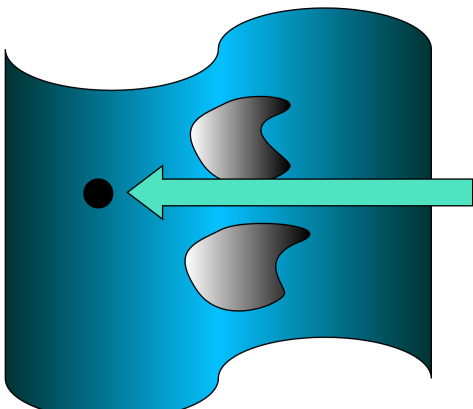


Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

Element neutralny – „stała pętla”:



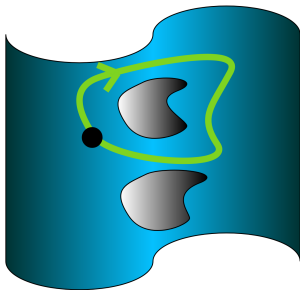
Pętla
stała

Grupa podstawowa

Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

Element odwrotny – „pętla odwrotna”:

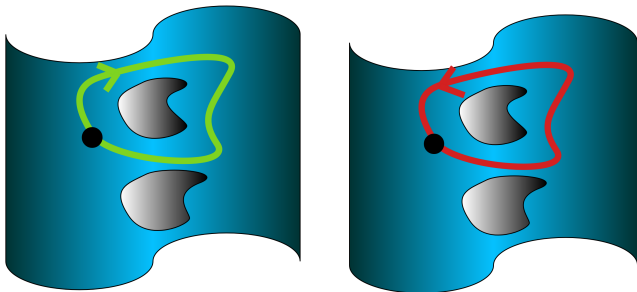


Grupa podstawowa

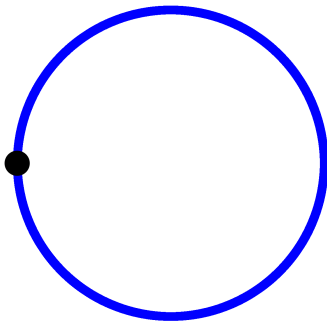
Grupa podstawowa przestrzeni X w punkcie P składa się z pętli zaczepionych w punkcie P .

Oznaczenie: $\pi_1(X, P)$

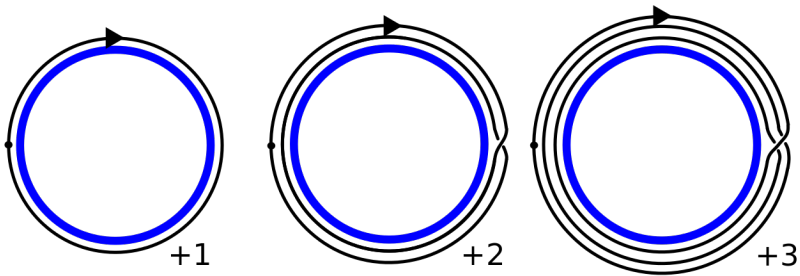
Element odwrotny – „pętla odwrotna”:



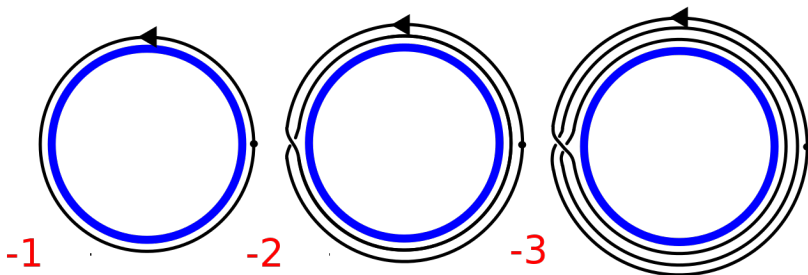
Przykład 1 – okrąg



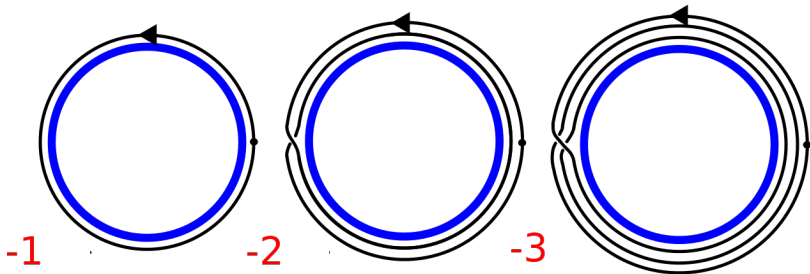
Przykład 1 – okrąg



Przykład 1 – okrąg

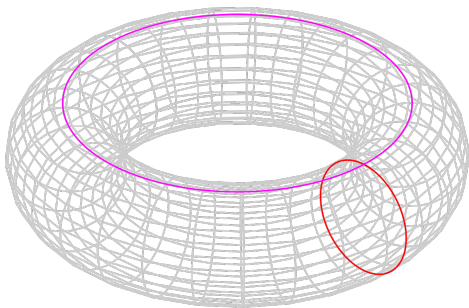


Przykład 1 – okrąg

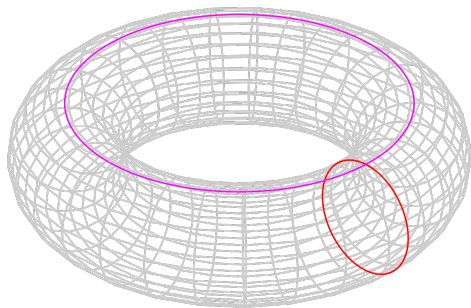


$$\pi_1(S^1, x) \cong \mathbb{Z}$$

Przykład 2 – torus

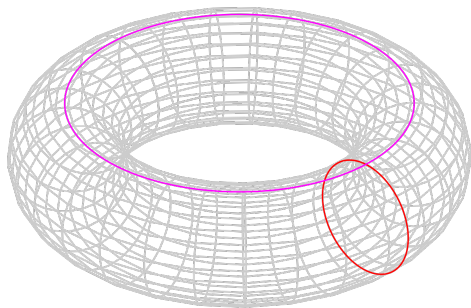


Przykład 2 – torus



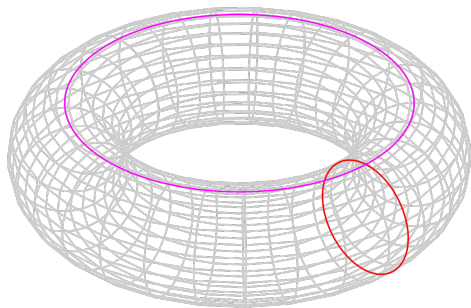
- czerwona pętla – $(1, 0)$,

Przykład 2 – torus



- czerwona pętla – $(1, 0)$,
- różowa pętla – $(0, 1)$.

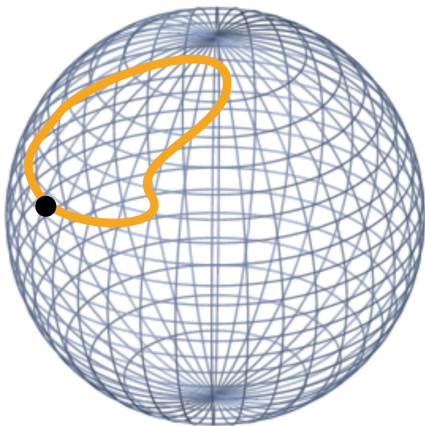
Przykład 2 – torus



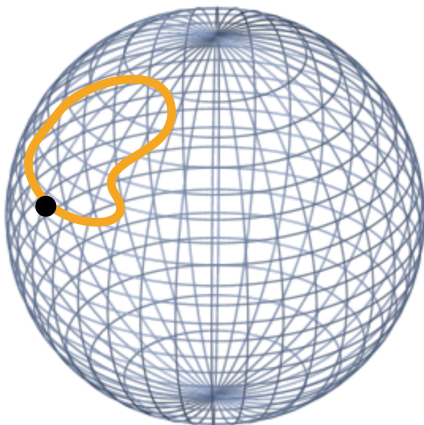
- czerwona pętla – $(1, 0)$,
- różowa pętla – $(0, 1)$.

$$\pi_1(\mathbb{T}, x) \cong \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

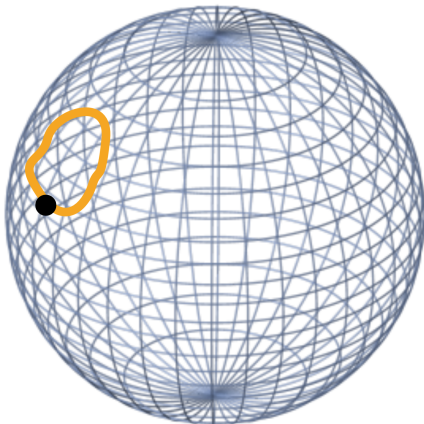
Przykład 3 – sfera 2D



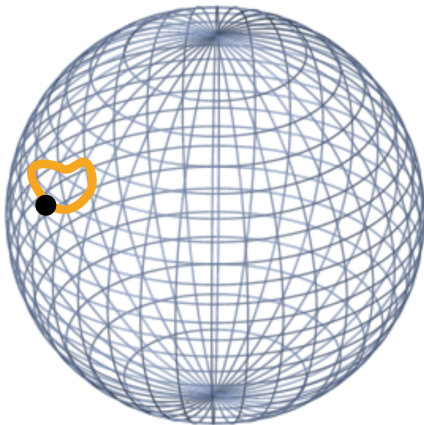
Przykład 3 – sfera 2D



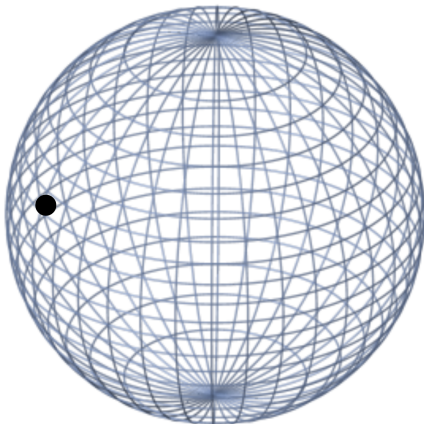
Przykład 3 – sfera 2D



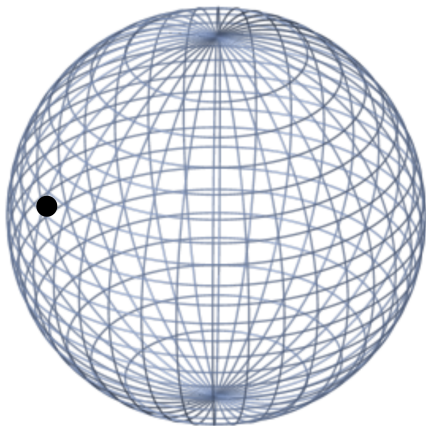
Przykład 3 – sfera 2D



Przykład 3 – sfera $2D$



Przykład 3 – sfera 2D



$$\pi_1(\mathbb{S}^2, x) = \{0\}$$

Hipoteza Poincarégo

Każda rozmaitość trójwymiarowa M , dla której

$$\pi_1(M, P) = \{0\}$$

jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową.

Hipoteza Poincarégo

Każda* rozmaitość trójwymiarowa M , dla której

$$\pi_1(M, P) = \{0\}$$

jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową.

* – bez brzegu i zwarta (czyli „mała”)

Hipoteza Poincarégo

Każda* rozmaitość trójwymiarowa M , dla której

$$\pi_1(M, P) = \{0\}^{**}$$

jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową.

* – bez brzegu i zwarta (czyli „mała”)

** – tzn. każdą pętlę można zdeformować do punktu.

Hipoteza Poincarégo

Każda* rozmaitość trójwymiarowa M , dla której

$$\pi_1(M, P) = \{0\}^{**}$$

jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową.

* – bez brzegu i zwarta (czyli „mała”)

** – tzn. każdą pętlę można zdeformować do punktu.

- Hipoteza postawiona przez Henriego Poincarégo w 1904 r.

Hipoteza Poincarégo

Każda* rozmaitość trójwymiarowa M , dla której

$$\pi_1(M, P) = \{0\}^{**}$$

jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową.

* – bez brzegu i zwarta (czyli „mała”)

** – tzn. każdą pętlę można zdeformować do punktu.

- Hipoteza postawiona przez Henriego Poincarégo w 1904 r.
- Odpowiedź jest pozytywna dla wymiarów $\neq 4$.

Hipoteza Poincarégo

Każda* rozmaitość trójwymiarowa M , dla której

$$\pi_1(M, P) = \{0\}^{**}$$

jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową.

* – bez brzegu i zwarta (czyli „mała”)

** – tzn. każdą pętlę można zdeformować do punktu.

- Hipoteza postawiona przez Henriego Poincarégo w 1904 r.
- Odpowiedź jest pozytywna dla wymiarów $\neq 4$.
- Jeden z problemów milenijnych, ogłoszonych przez Instytut Matematyczny Claya w roku 2000.

Hipoteza Poincarégo

Każda* rozmaitość trójwymiarowa M , dla której

$$\pi_1(M, P) = \{0\}^{**}$$

jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową.

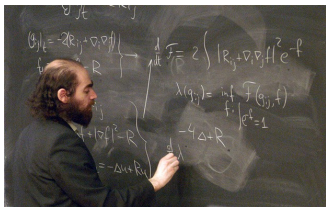
* – bez brzegu i zwarta (czyli „mała”)

** – tzn. każdą pętlę można zdeformować do punktu.

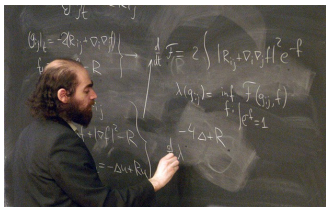
- Hipoteza postawiona przez Henriego Poincarégo w 1904 r.
- Odpowiedź jest pozytywna dla wymiarów $\neq 4$.
- Jeden z problemów milenijnych, ogłoszonych przez Instytut Matematyczny Claya w roku 2000.

Nagroda za rozwiązanie: 10^6 \$

Grigoriy Perelman

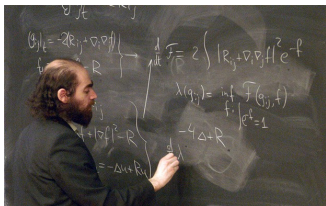


Grigorij Perelman



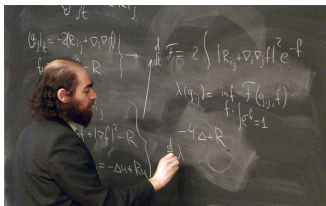
- rosyjski matematyk ur. w 1966 r. w Leningradzie,

Grigorij Perelman



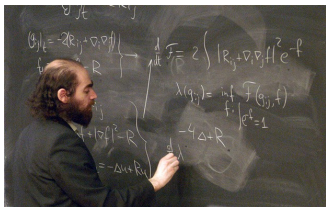
- rosyjski matematyk ur. w 1966 r. w Leningradzie,
- 2002/2003 r.: Perelman publikuje trzy artykuły, dowodzące hipotezy geometryzacyjnej Thurstona,

Grigorij Perelman



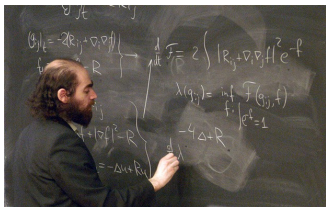
- rosyjski matematyk ur. w 1966 r. w Leningradzie,
- 2002/2003 r.: Perelman publikuje trzy artykuły, dowodzące hipotezy geometryzacyjnej Thurstona,
 - Science – „naukowy przełom roku”,

Grigorij Perelman



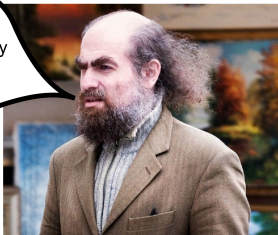
- rosyjski matematyk ur. w 1966 r. w Leningradzie,
- 2002/2003 r.: Perelman publikuje trzy artykuły, dowodzące hipotezy geometryzacyjnej Thurstona,
 - Science – „naukowy przełom roku”,
 - Instytut Matematyczny Clay – 10^6 \$,

Grigorij Perelman



- rosyjski matematyk ur. w 1966 r. w Leningradzie,
- 2002/2003 r.: Perelman publikuje trzy artykuły, dowodzące hipotezy geometryzacyjnej Thurstona,
 - Science – „naukowy przełom roku”,
 - Instytut Matematyczny Claya – 10^6 \$,
 - medal Fieldsa dla Perelmana („matematyczny Nobel”).

Nie jestem
zainteresowany
pieniężmi
ani sławą.





- Perelman odrzuca wszystkie nagrody i zaszczyty.

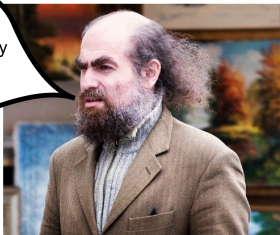


- Perelman odrzuca wszystkie nagrody i zaszczyty.
- Uważa swój wkład za porównywalny z wkładem R. Hamiltona.



- Perelman odrzuca wszystkie nagrody i zaszczyty.
- Uważa swój wkład za porównywalny z wkładem R. Hamiltona.
- Nie zgadza się z postępowaniem środowiska naukowego.

Nie jestem
zainteresowany
pieniężmi
ani sławą.



- Perelman odrzuca wszystkie nagrody i zaszczyty.
- Uważa swój wkład za porównywalny z wkładem R. Hamiltona.
- Nie zgadza się z postępowaniem środowiska naukowego.
- Zrezygnował z pracy na uczelni. Mieszka wraz z matką w Sankt Petersburgu, w niewielkim mieszkaniu w bloku. Unika kontaktów z mediami.