

REPETYTORIUM Z MATEMATYKI ELEMENTARNEJ

ZESTAW POWTÓRZENIOWY 2

ZADANIE 1 Narysuj wykres funkcji $h(x) = |\log(2x + 4)| - 1$. Wskaż przy tym odpowiednie przekształcenia elementarne, których dokonujesz. Przedstaw każdy krok na osobnym wykresie.

ZADANIE 2 Rozważmy sumę:

$$S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2.$$

(a) Zapisz S , używając znaku sumy Σ .

(b) Wykaż (np. indukcyjnie), że $S = \frac{n(4n^2-1)}{3}$ dla każdego $n \in \mathbb{N}$.

ZADANIE 3 Na ile sposobów można rozmieścić 7 kul ponumerowanych od 1 do 7, w pięciu komórkach ponumerowanych od I do V tak, aby przynajmniej trzy komórki były zajęte? (kolejność wkładania kul do komórek nie ma znaczenia)

ZADANIE 4 W czworokącie ABCD mamy: $\vec{AB} = (1, 3)$, $\vec{CD} = (-2, 4)$. Punkty M i N są środkami przekątnych AC i BD . Znajdź współrzędne wektora \vec{MN} .

ZADANIE 5 (a) Podaj definicję podobieństwa o skali $s > 0$.

(b) Czy każda jednokładność jest podobieństwem? Uzasadnij odpowiedź.

(c) Czy każde podobieństwo jest jednokładnością? Uzasadnij odpowiedź.

ZADANIE 6 Wykaż, że jeżeli a, b, c są długościami boków trójkąta nie prostokątnego, a α, β są kątami wewnętrznymi leżącymi naprzeciw boków o długościach a, b , to $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{b^2 + c^2 - a^2}$.

ZADANIE 7 Na okręgu, którego promień ma długość r opisano trapez równoramienny. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trapezie, wiedząc, że kąt wewnętrzny pomiędzy ramieniem trapezu, a jego krótszą podstawą jest równy α . (Skorzystaj z twierdzenia cosinusów, by wyliczyć długość przekątnej oraz z twierdzenia sinusów dla dowolnych trzech wierzchołków trapezu, by wyliczyć długość promienia okręgu opisanego. Odp: $R = r \cdot \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha}}{\sin^2 \alpha}$.)

ZADANIE 8 Wykaż, że styczne do okręgu $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 15 = 0$ poprowadzone przez punkt $A = (3, 1)$ są prostopadłe.