Cechy podzielności

1. Wybierz liczbę od 1 do 9. Pomnóż ją przez 3, dodaj trzy do wyniku i ponownie pomnóż przez 3. Jeżeli wynikiem jest liczba dwucyfrowa, dodaj cyfry do siebie. Wynik to Twój ulubiony przedmiot.

   (1) WF
   (2) Geografia
   (3) Chemia
   (4) Język angielski
   (5) Kanapka
   (6) Język polski
   (7) Edukacja dla bezpieczeństwa
   (8) Język hiszpański
   (9) Wstęp do algebry i teorii liczb
   (10) Historia
   (11) Plastyka
   (12) Muzyka
   (13) Język niemiecki
   (14) Repetytorium z matematyki elementarnej
   (15) Technika
   (16) Fizyka
   (17) Religia/etyka
   (18) Wiedza o społeczeństwie

2. Pokazać, że liczby 5050505 nie można przedstawić w postaci sumy dwóch liczb pierwszych.

3. (a) Wykaż, że każda liczba naturalna daje przy dzieleniu przez 7 taką samą resztę jak liczba, powstała przez skreślenie jej ostatnie trzech cyfr, a następnie przez odjęcie od liczby skreślonej tak powstałej liczby.
   (b) Jaką resztę z dzielenia przez 7 daje liczba 104456?

4. (a) Wykaż, że każda liczba naturalna daje przy dzieleniu przez 11 taka sama resztę, jak suma jej cyfr na pozycjach nieparzystych (licząc od rzędu jedności) minus suma cyfr na pozycjach parzystych.
   (b) Jaką resztę z dzielenia przez 11 daje liczba 109234?

5. (a) Zamień liczbę $n = (731)_8$ (zapisaną w zapisie ósemkowym) na liczbę zapisaną w systemie dziesiętnym.
   (b) Zapisz liczbę $n = 100$ w systemie ósemkowym.
   (c) Wykaż, że liczba $n = (\overline{n_k n_{k-1} \dots n_0})_8$ (zapisana w zapisie ósemkowym) daje taką samą resztę przy dzieleniu przez 7, jak suma jej cyfr.

6. Wykaż, że każda liczba naturalna daje przy dzieleniu przez 2^n taka sama resztę jak liczba złożona z n jej ostatnich cyfr.

7. Wyprowadź cechy podzielności przez 13, 101, 5^n.

   Zadania dodatkowe

8. Niech $s(n)$ oznacza sumę cyfr w zapisie dziesiętnym, np. $s(215) = 8$. Obliczamy $s(13^{20})$, $s(s(13^{20}))$, $s(s(s(13^{20})))$ tak długo, aż uzyskamy liczbę jednocyfrową. Jaka liczba to będzie?

9. Czy istnieje liczba n dla której $n + s(n) = 1999$?