

Zadania do wykładu 1

prof. Wojciech Gajda

Algebra 1

Zima 2025/2026

*Ćwiczenia 6 i 13 października 2025***Zadanie 1.**Znaleźć rzędy wszystkich elementów w grupie G jeżeli:

- (a) $G=\mathbf{Z}/16$ (b) $G=(\mathbf{Z}/36)^\times$ (c) $G=Q_8$ (d) $G=D_5$ (e) $G=S_4$
(f) $G=\mathbf{Z}/2 \times \mathbf{Z}/8$.

Zadanie 2.Obliczyć rząd elementu g w grupie G jeżeli:

- (a) $g=\mathcal{O}_{270^\circ}$, $G=D_4$
(b) $g=i$, $G=Q_8$
(c) $g = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $G=GL_2(\mathbf{F}_3)$
(d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 6 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$, $G=S_8$.

Zadanie 3.Ile elementów rzędu n posiada grupa G jeżeli:

- (a) $n=4$, $G=A_5$
(b) $n=6$, $G=\mathbf{Z}/16$
(c) $n=6$, $G=S_4$
(d) $n=6$, $G=S_6$
(e) $n=12$, $G=S_8$
(f) $n=10$, $G=\mathbf{Z}/200$
(g) $n=4$, $G=\mathbf{Z}/24$?

Zadanie 4.Znaleźć wszystkie elementy rzędu 12 w grupie $\mathbf{Z}/360$.**Zadanie 5.**Wyznaczyć wszystkie podgrupy w grupach: $\mathbf{Z}/6$, D_4 , Q_8 , S_3 , $\mathbf{Z}/36$, $(\mathbf{Z}/18)^\times$, $\mathbf{Z}/3 \times \mathbf{Z}/3$, $S_3 \times \mathbf{Z}/2$, $GL_2(\mathbf{F}_2)$.**Zadanie 6***

Dowieść, że w grupie rzędu parzystego istnieje element rzędu dwa.