

Wykład z algebry
06-S1MAŁ03-P00300
Semestr zimowy 2025/2026

Wykładowca: prof. Wojciech Gajda
Miejsce pracy: Collegium Mathematicum UAM,
Uniwersytetu Poznańskiego 4, pokój B1-35
Godziny dyżurów: Wtorek 12-13, Czwartek 12-13
Telefon: 61 8295503
Email: gajda@amu.edu.pl

Literatura uzupełniająca do wykładu:

S.Lang, *Algebra*, PWN 1973
D.Dummit, R.Foote, *Abstract Algebra*, John Wiley & Sons, 2002
J.Silverman, *Abstract algebra*, AMS 2022
P.Aluffi, *Algebra*, CUP 2021
A.Kostykin, *Zbiór zadań z algebry*, PWN 1995
A.Białynicki-Birula, *Algebra*, PWN 1989.

Zaliczenie przedmiotu

Ocenę końcową z przedmiotu uzyskacie Państwo podczas egzaminu, który odbędzie się w sesji egzaminacyjnej w lutym 2025. Egzamin pisemny będzie polegał na omówieniu zagadnień teoretycznych oraz rozwiązywaniu zadań. Ocenę z ćwiczeń uzyskacie na podstawie zebranych w ciągu semestru punktów według podanej poniżej skali. Odbędą się dwa kolokwia (każde warte **65 punktów**); pierwsze **1-go grudnia**, a drugie około **26-go stycznia 2026**. Kolokwia składać się będą z 7-10 zadań. Ponadto w semestrze podczas ćwiczeń odbędzie się 5 lub 6 krótkich sprawdzianów z zadań, definicji i twierdzeń. Suma punktów za sprawdziany i za aktywność na ćwiczeniach wyniesie **70 punktów**.

Skala Ocen (orientacyjna)

dostateczny	powyżej 100 pts.
dobry	od 140 pts.
bardzo dobry	od 170 pts.

Program wykładu Algebra
Zima 2025/2026

prof. W.Gajda

- Zasadnicze pojęcia teorii grup: podgrupa, warstwa, twierdzenie Lagrange'a, indeks podgrupy.
- Grupa ilorazowa: homomorfizmy grup, jądro i obraz homomorfizmu, dzielnik normalny, konstrukcja grupy ilorazowej i homomorfizmu kanonicznego, I-sze twierdzenie o izomorfizmie i jego zastosowania do konstrukcji homomorfizmów grup.
- Grupy symetryczne: rozkład permutacji na rozłączne cykle, znak permutacji, grupa alternująca, twierdzenie Cayley'a, reprezentacja macierzowa grupy skończonej, działanie grupy na zbiorze, klasy sprzężoności i równanie klas, dzielniki normalne w S_n , twierdzenie Cauchy'ego, p-grupy i informacja o twierdzeniach Sylowa.
- Zasadnicze pojęcia teorii pierścieni: elementy odwracalne, nilpotentne, dzielniki zera, grupa jedności, dziedziny całkowitości.
- Ideały i pierścienie ilorazowe: definicja ideału i związek z jądrem homomorfizmu, pierścień ilorazowy, I-sze twierdzenie o izomorfizmie, generatory ideału, ideały główne, dziedziny ideałów głównych, operacje na ideałach - dodawanie, przekrój i mnożenie ideałów, działania na ideałach w $\mathbf{Z}$.
- Pierścienie przemienne: ideały maksymalne i pierwsze, charakteryzacja jądra homomorfizmu na dziedzinę całkowitości i na ciało, twierdzenie chińskie o resztach dla dowolnego pierścienia przemiennego i dla $\mathbf{Z}$, zastosowania CTR do rozwiązywania kongruencji w $\mathbf{Z}$ i w $K[x]$.
- Pierścienie wielomianów: definicja, stopień wielomianu, algorytm dzielenia z resztą, $K[x]$ jest dziedziną ideałów głównych, kryteria nierozkładalności wielomianów w $\mathbf{Q}[x]$ - przez redukcję współczynników i kryterium Eisensteina, pierścień wielomianów wielu zmiennych, pierwiastki, twierdzenie Bezouta, wzory Tartaglii-Cardano, informacja o dowodzie podstawowego twierdzenia algebry.
- Rozszerzenia algebraiczne ciał: elementy algebraiczne i przestępne, wielomian minimalny, baza i stopień rozszerzenia, mnożliwość stopnia, rozszerzenie skończone jest algebraiczne.
- Zastosowania teorii ciał.¹ Konstrukcje geometryczne: liczby konstruowalne, kwadratura koła, trysekcja kąta i podwojenie sześciianu. Konstrukcja geometryczna siedemnastoboku foremnego.

¹Ten materiał zostanie omówiony jeśli w semestrze wypadnie 15 tygodni zajęć.